CAPITOLO 7

CONCLUSIONI

7.1 RAGIONI ANALITICHE DELL'INDETERMINATEZZA

Il teorema 1 del capitolo 4^ ha messo in luce che una matrice L per essere soluzione del modello Lisrel deve soddisfare le seguenti condizioni :

(7.1) $J = CL$

(7.2) $S_L = LL'$

con J matrice delle variabili osservate, C matrice dei coefficienti, S_l matrice di varianze covarianze del modello Lisrel date.

Si evince dalla dimostrazione del teorema 1 che esistono infinite matrici L caratterizzate da identica matrice di varianze-covarianze S_L che soddisfano le condizioni (7.1) e (7.2).

Come si e' verificato in sede di dimostrazione del teorema 2 del capitolo 4 ^ cio' e' dovuto al fatto che ogni soluzione L e' data dalla somma di due componenti RJ e WN ,l'una fissa per tutte le soluzioni caratterizzate da medesima matrice di varianze covarianze S_L , l'altra di valore diverso in ogni soluzione.

La prima conclusione da trarre e' che anche nel caso in cui il modello Lisrel sia perfettamente identificabile, non e' possibile ottenere soluzioni uniche.

Qualora si sia interessati a conoscere, a fini interpretativi o per successive analisi, i valori assunti dalle variabili latenti e dagli errori in corrispondenza di ogni supporto statistico, l' indeterminatezza inficia pesantemente la validita' delle informazioni a disposizione.

Una seconda conclusione puo' essere tratta sul motivo per cui

il modello ,pur identificato, non fornisce soluzioni uniche .
Com'e' possibile osservare dalla formula (4.34)

$$(L - RJ)J' = 0$$

sotto il profilo interpretativo la componente fissa della soluzione RJ e'interpretabile come la"stima"ottima dei minimi quadrati delle variabili latenti L in termini delle variabili osservate J, mentre la componente variabile WN e' interpretabile quale errore di "stima".Il modello Lisrel permette di individuare, attraverso le variabili osservate J una soluzione in termini di variabili latenti L solo a meno di un errore di stima .L'indeterminatezza dipende percio' dalla differenza tra gli errori di stima relativi alle diverse soluzioni L caratterizzate da medesima matrice di varianze covarianze S_L .

7.2 MISURAZIONE DELL'INDETERMINATEZZA

Le due prime conclusioni forniscono anche elementi per costruire una opportuna misura dell'indeterminatezza .
Tale misura sara' relativa a soluzioni caratterizzate da medesima matrice di varianze-covarianze S_L e dovra' essere funzione degli errori di stima WN.
Una misura che soddisfa a questi due requisiti e' la somma delle covarianze tra corrispondenti vettori delle variabili latenti e degli errori di soluzioni differenti. Tale somma e' minima per la coppia di soluzioni per cui e' minima la somma delle covarianze tra gli errori di stima. Rapportando ogni covarianza minima di variabili latenti ed errori alla rispettiva varianza si ha un indice relativizzato dell'indeterminatezza di ogni variabile latente ed errore; rapportando la somma delle covarianze minime alla somma delle varianze si ottiene un indice complessivo di indeterminatezza

che prende il nome di coefficiente di covarianza media minima.

Tale misura non e' pero' del tutto adeguata allo scopo di misurare l'indeterminatezza del modello.

Il ricercatore, conscio della non unicita' delle variabili e degli errori del modello sarebbe interessato a conoscere una misura sintetica dell'indeterminatezza valida indipendentemente dalla struttura dei dati. Se tale misura esistesse si potrebbe valutare a priori e in generale se l'indeterminatezza ha rilevanti conseguenze sul la validita' dei risultati. E' cio' che avviene, nel caso in cui le variabili latenti e gli errori del model lo sono standardizzati e incorrelati, e quindi il coeffi ciente di correlazione media minima e' sempre uguale alla dif ferenza tra la numerosita' delle variabili osservate e la numerosita' delle variabili latenti.

Cio' non avviene per il modello Lisrel generale, come del resto nel modello fattoriale con fattori comuni non ortogonali e in ogni altro modello in cui le variabili latenti non sono tutte incorrelate.In questi casi non e' possibile calcolare una unica misura dell'indeterminatezza per tutte le strutture di un modello caratterizzate da medesima matrice di varianze covarianze delle variabili osservate e tanto meno per un modello indipendentemente dai dati osservati.

Il coefficiente di covarianza minima puo' essere calcolato nell'ambito di soluzioni relative a strutture perfettamente identificate con una data matrice di parametri e una data matrice di varianze covarianze delle variabili latenti.

Il coefficiente di covarianza minima segnala quindi l'entita' dell'indeterminatezza in relazione a una particolare configurazione della matrice di varianza-covarianza delle variabili osservate e a una particolare struttura del modello caratterizzata dall'imposizione dei particolari vincoli sulla matrice dei parametri e sulla matrice di varianze covarianze delle variabili latenti.

Cio' equivale ad affermare che e' impossibile rispondere in generale e a priori, a domande del tipo qual'e' l'entita' dell'indeterminatezza di un dato modello, o in subordine qual'e' l'entita' dell'indeterminatezza in presenza di una determinata struttura dei dati.

D'altra parte la configurazione della matrice di covarianza minima non consente neanche di individuare in modo chiaro quali siano, all'interno della matrice dei parametri e di varianze-covarianze della struttura del modello considerato, gli elementi che determinano il valore del coefficiente di covarianza medio minimo.

E' possibile verificare che ogni autovalore (e quindi la traccia) della matrice di covarianza minima e' combinazione lineare degli autovalori della matrice identita' e della matrice $S_J^{-\frac{1}{2}} S_H S_J^{-\frac{1}{2}}$. I " pesi" della combinazione lineare dagli scalari per cui e' necessario moltiplicare le matrici identita' e $S_J^{-\frac{1}{2}} S_H S_J^{-\frac{1}{2}}$ per poter ricavare da esse gli autovalori della matrice di covarianza minima .Sotto il profilo interpretativo cio' postula una qualche relazione tra traccia della matrice di covarianza minima ,traccia della matrice degli errori nelle variabili e matrice inversa delle variabili osservate.

Tuttavia non e' dato sapere nulla di piu' su tali legami in quanto, a priori non e' possibile stabilire se la relazione la traccia di $S_J^{-1/2} \; S_H \; S_J^{-1/2}$ e traccia della matrice di covarianza minima sia diretta o inversa .

Gli autovalori delle matrici di covarianza delle variabili latenti e degli errori sono legati ,attraverso una relazione piu' facilmente interpretabili,con gli estremi di intervalli entro cui sicuramente si situa il valore del coefficiente di covarianza minima.

Gli estremi del primo intervallo sono legati ai valori dei primi m+r autovalori della matrice di varianze-covarianze delle variabili latenti e degli errori.

Gli estremi del 2^ intervallo sono invece legati ai valori degli autovalori massimi e minimi delle singole matrici di covarianza delle variabili latenti e degli errori. Le informazioni piu' interessanti fornite da questi secondo intervallo riguardano strutture di un modello equivalenti all'osservazione,vale a dire caratterizzate da medesima matrice di varianze covarianze delle variabili osservate S_J e quindi da identica matrice inversa di varianze covarianze S_J^{-1} e identica matrice di varianze covarianze degli errori nelle variabili S_E e S_D .

Data la matrice S_J e quindi S_J^{-1} , S_E , S_D , qualora gli autovalori massimi e minimi delle matrici di varianze covarianze S_F e S_T sono inferiori(superiori) a un determinato valore, sicuramente il coefficiente di covarianza minima sara' inferiore (superiore)alla soglia individuata dal l'estremo superiore (inferiore)dell'intervallo.

Tuttavia gli estremi degli intervalli menzionati non sono massimi e minimi del coefficiente di covarianza minima .

Percio' gli autovalori della matrice di covarianza delle soluzioni non possono essere considerati indicatori del reale valore del coefficiente di covarianza ,bensi' solo di soglie al di sopra (al di sotto) delle quali non si situa mai il suo valore.

Se ne deduce , in definitiva,che,se e' possibile costruire una misura dell'indeterminatezza ,non e' possibile individuare con chiarezza quali siano le grandezze che influenzano l'indeterminatezza.

7.3 PROPRIETA' LOGICAMENTE INCONSISTENTI DELLE SOLUZIONI DEL MODELLO

Il problema dell'indeterminatezza delle soluzioni del modello puo' essere vista anche sotto un'altra ottica.

Le matrici di correlazione parziale delle variabili latenti e degli errori nelle equazioni, date le variabili osservate, sono matrici definite positive con gli elementi sulla diagonale principale non nulli. Cio' significa che esiste una parte della struttura delle varianze e delle covarianze delle variabili latenti e degli errori nelle equazioni non attribuibile alle informazioni tratte dale variabili osservate. Il che non e' ragionevole in quanto le soluzioni del modello Lisrel sono ricavate solo sulla base delle informazioni tratte dallle variabili osservate. Inoltre, se la matrice di correlazione parziale di variabili latenti ed errori nelle equazioni, date le variabili osservate e' definita positiva rimane ignoto da dove possono essere tratte le informazioni sulla base delle quali si ricavano gli errori nelle variabili.

Per ovviare al problema e fornire informazioni aggiuntive si puo' introdurre un insieme di variabili addizionali incorrelate tra loro e con le variabili osservate. Si dimostra che dopo l'introduzione di tali variabili la matrice di correlazione parziale di variabili latenti ed errori nelle equazioni, date le variabili osservate, e' nulla.

Tuttavia anche dopo l'introduzione delle variabili addizionali permane l'indeterminatezza delle soluzioni. Infatti qualora la numerosita' delle osservazioni sia superiore alla numerosita' delle variabili latenti, degli errori nelle equazioni, degli errori nelle variabili vi sono infiniti modi per definire le variabili additive.

La permanenza dell'indeterminatezza comporta gravi conseguenze sulla validita' del modello sotto il profilo logico.

Vettori non osservati denominati criteri, completamente incorrelati con le variabili osservate, sono prevedibili nei sensi della regressione multipla dalle variabili latenti e dagli errori nelle equazioni, mentre criteri correlati in modo perfetto con le variabili osservate sono completamente incorrelati con variabili latenti ed errori nellle equazioni.

Si dimostra inoltre che un criterio perfettamente prevedibile da variabili latenti, errori nelle equazioni, errori nelle variabili e' completamente incorrelato con le variabili osservate.

Tuttavia dopo l'introduzione delle variabili addizionali le matrici di correlazione parziale di variabili latenti ,errori nelle equazioni, errori nelle variabili date le variabili osservate, sono nulle, e quindi tutte le informazioni inerenti variabili latenti, errori nelle equazioni, errori nelle variabili sono tratte dalle variabili osservarte.

Il che e' in contraddizione con i teoremi prima menzionati.

Dati i legami con il modello Lisrel quanto detto vale anche per il modello di misure cogeneriche, il modello di path analysis con variabili latenti, il modello fattoriale di secondo ordine, il modello quasi simplex, il modello di analisi della varianza.

In definitiva, come per il modello fattoriale, anche per il modello Lisrel e numerosi altri modelli multivariati con variabili latenti, l'indeterminatezza ha pesanti conseguenze sul piano pratico ed interpretativo.